Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G.Galise - M.V. Marchi - A. Terracina)

Prova scritta del 5 settembre 2019

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $a_n = e^{\frac{1}{n^3}} - \frac{1}{n^3} - 1$.

1A esiste il $\lim_{n\to+\infty} a_n$; V F

1B $\lim_{n\to+\infty} n^3 a_n = 1$; V F

1C la serie $\sum_1^\infty a_n$ converge; V F

1D la serie $\sum_1^\infty (-1)^n\, n^6\, a_n$ converge. V F

2. Sia $f(x) \in C^1(\mathbb{R})$ tale che

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0.$$

Allora

2A esiste $x_0 \in \mathbb{R}$ tale $f'(x_0) = 0$; V F

2B f ha massimo; V F

2C f é limitata; V F

2D f é invertibile. V F

3. Sia f una funzione integrabile in $[0,a]$ per ogni $a \geq 0$. Allora

3A $\int_0^2 f(t)\,dt < +\infty$; V F

3B $\int_0^2 f(t)\,dt > 0$; V F

3C esiste finito $\lim_{x\to+\infty} \int_0^x f(t)\,dt.$; V F

3D la funzione $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[0,2]$. V F

4. Data l'equazione differenziale

$$(E) \qquad y'' + 2y' + y = f(t)$$

4A se $f(t) \equiv 1$, allora $y(t) \equiv 1$ é soluzione ; V F

4B se $f(t) \equiv 0$, esistono soluzioni costanti nonnulle ; V F

4C se $f(t) = \cos t$, esistono soluzioni periodiche; V F

4D se $f(t) = 5$, tutte le soluzioni sono limitate in $\mathbb{R}$. V F

5. Sia $f(x) = \log(\frac{2x}{x-1})$.

(i) Determinare l'insieme di definizione di f.

(ii) Determinare gli intervalli di monotonia di f e dire se f ammette massimo e/o minimo.

(iii) Determinare gli intervalli in cui f é concava, quelli in cui é convessa e gli eventuali punti di flesso.

(iv) Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, esistenza e numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = \alpha$.

6. Data l'equazione differenziale

$$y' = \frac{y}{x} + x + 1$$

(i) se ne trovino tutte le soluzioni;

(ii) si trovi la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $y(1) = 1$ e si dica qual'é il suo dominio;

(iii) si scriva l'equazione della retta tangente al grafico della soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, nel punto di ascissa $x_0 = 1$;

(iv) si trovi la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $y(-1) = 1$ e si dica qual'é il suo dominio.